ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΡΙΤΗ 10 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΔΕΚΑ (10)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΠΛΗΡΕΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ

Α2. δ

Α3. γ

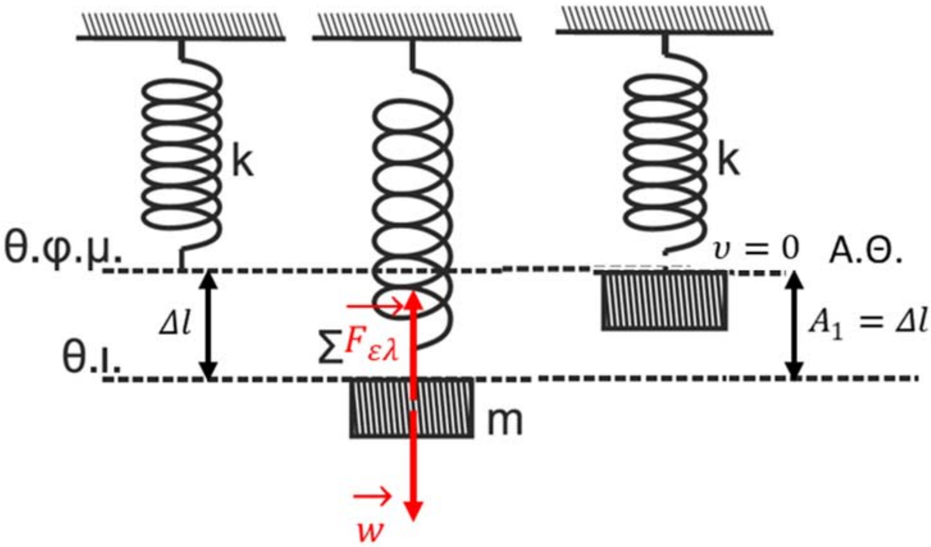
Α4. β

Α5. α) Λ β) Σ γ) Λ δ) Σ ε) Σ

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) Σωστή απάντηση: i)

β) Πείραμα 1:

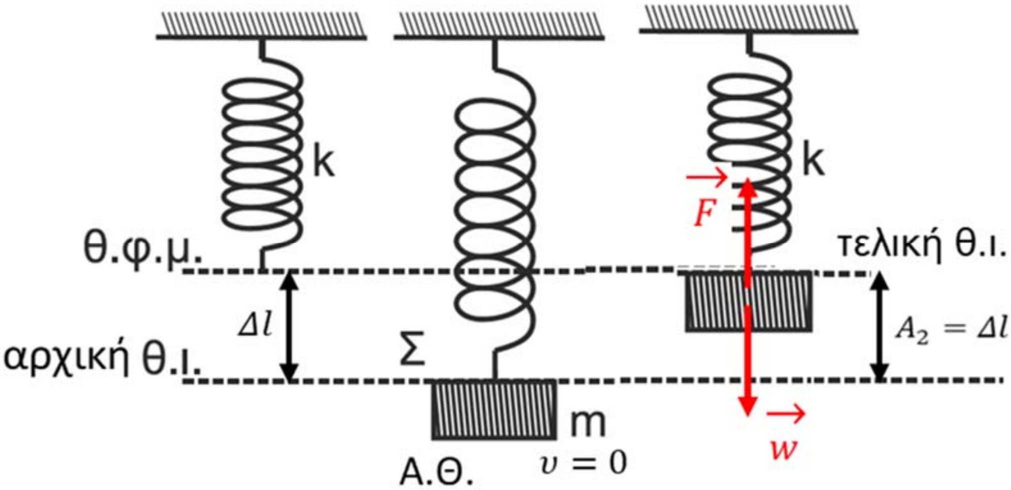


Η ταλάντωση ξεκινάει από το φυσικό μήκος του ελατηρίου χωρίς αρχική ταχύτητα άρα η απόσταση Θ.Φ.Μ. (θέση φυσικού μήκους ελατηρίου) και Θ.Ι. είναι ίση με το πλάτος A_1 της ταλάντωσης

Στη ΘΙ: $\Sigma F = 0$

$$F_{\varepsilon\lambda} = W \Rightarrow k \cdot \Delta l = mg \Rightarrow \Delta l = \frac{mg}{k} \Rightarrow A_1 = \frac{mg}{k}$$

<u>Πείραμα 2:</u>



Η ταλάντωση ξεκινάει από την αρχική Θ.Ι. χωρίς αρχική ταχύτητα άρα η απόσταση της από τη νέα ΘΙ της ταλάντωσης είναι ίση με το πλάτος A_2 της ταλάντωσης

Στην νέα ΘΙ: $\Sigma F = 0$

$$F'_{\varepsilon\lambda} + F - W = 0 \Rightarrow k \cdot \Delta l' + mg - mg = 0$$

$\Rightarrow \Delta l' = 0$ →δηλαδή βρίσκεται στη Θ.Φ.Μ. (θέση φυσικού μήκους ελατηρίου)

Οπότε $A_2 = \Delta l = \frac{mg}{k}$

Τελικά $A_1 = A_2$

Β2. α) Σωστή απάντηση ii)

β) Έστω Ε και Ε' σημεία της ελεύθερης επιφάνειας του υγρού , το οποίο είναι ακίνητο.

<u>Οπή 1 ανοικτή:</u>

Εφαρμόζουμε Bernoulli από το $(E \rightarrow O_1)$ κατά μήκος της ροϊκής γραμμής που περνάει από τα σημεία:

$$P_E + \frac{1}{2}\rho u_E^2 + \rho g h_1 = P_{O_1} + \frac{1}{2}\rho u_1^2 \Rightarrow \qquad P_E = P_{O_1} = P_{atm}$$

$$\Rightarrow u_1 = \sqrt{2gh_1} = \sqrt{2g \cdot \frac{H}{6}} = \sqrt{\frac{gH}{3}}$$

Η παροχή Π_1 δίνεται:

$\Pi_1 = \frac{\Delta V}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{V}{\Pi_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{V}{A \cdot u_1} = \frac{V}{A \cdot \sqrt{\frac{gH}{3}}}$ (ο χρόνος για να βγει όγκος ρευστού V)

Και οι δύο οπές ανοικτές:

Εφαρμόζουμε Bernoulli από το $(E' \rightarrow O_2)$κατά μήκος της ροϊκής γραμμής που περνάει από τα σημεία:

$$P'_E + \frac{1}{2}\rho u_{E'}^2 + \rho g h_2 = P_{O_2} + \frac{1}{2}\rho u_2^2 \Rightarrow \qquad P'_E = P_{O_2} = P_{atm}$$

$$\Rightarrow u_2 = \sqrt{2gh_2} = \sqrt{2g \cdot \frac{2H}{3}} = \sqrt{\frac{4gH}{3}} = 2 \cdot \sqrt{\frac{gH}{3}} = 2 \cdot u_1$$

Η ολική παροχή και με τις δυο οπές ανοικτές δίνεται:

$$\Pi_{ολική} = \Pi_1 + \Pi_2 = A \cdot u_1 + 2A \cdot u_1 = 3A \cdot u_1$$

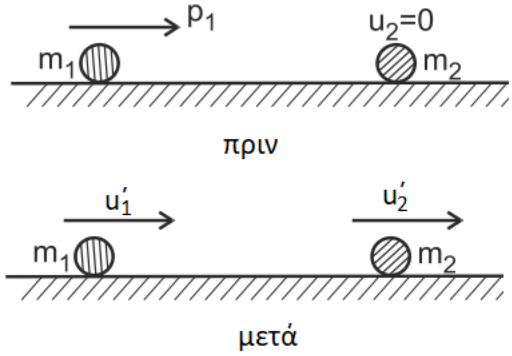
$\Pi_{ολ} = \frac{\Delta V}{\Delta t_2} \Rightarrow \; \Delta t_2 = \frac{V}{\Pi_{ολ}} = \frac{V}{3A \cdot u_1}$(ο χρόνος για να βγει ίδιος όγκος ρευστού V)

Με διαίρεση κατά μέλη έχουμε:

$$\frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{\frac{V}{3A \cdot u_1}}{\frac{V}{A \cdot u_1}} \Rightarrow \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{1}{3}$$

Β3. α) Σωστή απάντηση: iii)

β)



Ελαστική κρούση άρα ισχύει η

ΑΔΚΕ: $K_1 + K_2 = K'_1 + K'_2 \Rightarrow K'_2 = K_1 - K'_1$

Από την ορμή P'_1 υπολογίζουμε την ταχύτητα του σώματος m_1 μετά την κρούση

$$P_1' = \frac{P_1}{5} \Rightarrow m_1 u_1' = \frac{m_1 u_1}{5} \Rightarrow u_1' = \frac{u_1}{5} \Rightarrow \frac{u_1'}{u_1} = \frac{1}{5}$$

Άρα το ποσοστό κινητικής ενέργειας που μεταβιβάστηκε από τη σφαίρα μάζας m_1 στη σφαίρα μάζας m_2 υπολογίζεται:

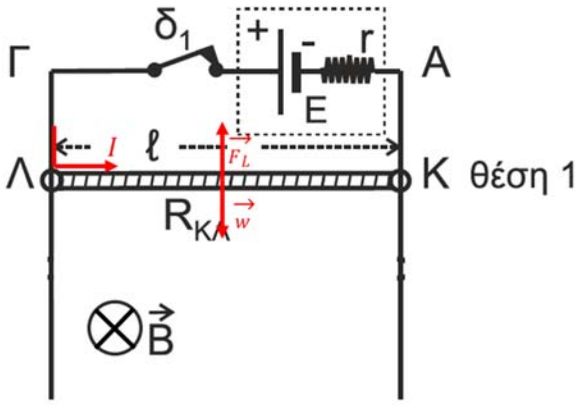
$$\Pi_{1\to 2} = \frac{K_2' - K_2}{K_1} \cdot 100\% = \frac{K_1 - K_1'}{K_1} \cdot 100\% = \left(1 - \frac{K_1'}{K_1}\right) \cdot 100\%$$

$$\Pi_{1\to 2} = \left(1 - \frac{\frac{1}{2} m_1 {u_1'}^2}{\frac{1}{2} m_1 u_1^2}\right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{1}{25}\right) \cdot 100\%$$

$$\Pi_{1\to 2} = \frac{24}{25} \cdot 100\% = 96\%$$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Στη θέση (1):



Ο αγωγός ΚΛ ισορροπεί

$$\Sigma \vec{F} = \vec{0} \Rightarrow F_L = w$$

$$B \cdot I \cdot l = mg$$

$$B = \frac{mg}{I \cdot l}$$

Από νόμο του Ohm:

$$I = \frac{E}{R_{o\lambda}} = \frac{E}{R_{K\Lambda} + r} = \frac{9}{3} = 3A$$

$$B = \frac{0{,}3 \cdot 10}{3 \cdot 1} = 1\,T.$$

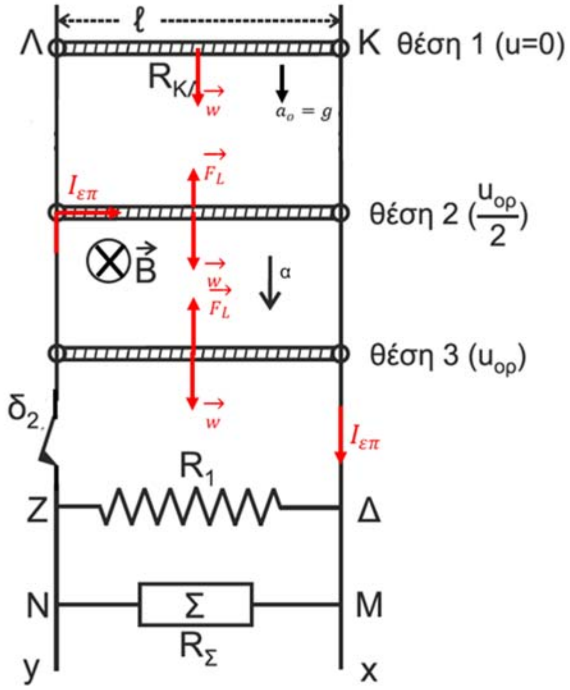
Για να είναι η δύναμη Laplace με φορά αντίθετης του W πρέπει λόγω κανόνα τριών δακτύλων δεξιού χεριού το B να έχει φορά από τον αναγνώστη προς τη σελίδα.

Γ2. Ο αγωγός ΚΛ αρχίζει να κατεβαίνει με αρχική επιτάχυνση $\overrightarrow{\alpha_0} = \frac{\vec{W}}{m} = \vec{g}$ οπότε αναπτύσσεται ΗΕΔ $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}$ (λόγω αλλαγής ροής) ίση με:

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{d(BS)}{dt} = \frac{B \cdot l \cdot dy}{dt}$$

$$\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = Bul$$

Το κλειστό κύκλωμα ΚΔΜΝΖΛ διαρρέεται από $I_{\varepsilon\pi}$ με φορά από το Λ προς το Κ μέσα στον αγωγό ΚΛ σύμφωνα με τον κανόνα του Lenz.



Για τη συσκευή έχουμε: $V_\kappa = 6V$ και $P_\kappa = 6W$ οπότε

$$R_\Sigma = \frac{V_\kappa^2}{P_\kappa} = \frac{6^2}{6} = 6\Omega$$

Η αντιστάτες R_1 και R_Σ είναι συνδεδεμένοι παράλληλα άρα

$$R_{\varepsilon\xi} = R_{1,\Sigma} = \frac{R_1 R_\Sigma}{R_1 + R_\Sigma} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2\Omega$$

$$R_{o\lambda} = R_{K\Lambda} + R_{\varepsilon\xi} = 2 + 2 = 4\Omega$$

Από νόμο Ohm για το νέο κύκλωμα: $I_{\varepsilon\pi} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{Bul}{R_{o\lambda}}$

Η δύναμη Laplace: $F_L = B \cdot I_{\varepsilon\pi} \cdot l = \frac{B^2ul^2}{R_{o\lambda}}$

Από 2ο Ν.Newton: $\Sigma\vec{F} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow w - F_L = m \cdot a \Rightarrow a = g - \frac{B^2ul^2}{m \cdot R_{o\lambda}}$

Όσο αυξάνεται η ταχύτητα u του ΚΛ μειώνεται η επιτάχυνση του, άρα εκτελεί επιταχυνόμενη (με μειούμενη επιτάχυνση) κίνηση μέχρι να μηδενιστεί η α οπότε αποκτά οριακή (σταθερή) ταχύτητα $u = u_{o\rho}$ στη θέση (3)

Όταν $u = u_{o\rho}$ τότε ισχύει $\Sigma F = 0$ και $\alpha = 0 \Rightarrow \frac{B^2ul^2}{m \cdot R_{o\lambda}} = g \Rightarrow u_{o\rho} = \frac{mgR_{o\lambda}}{B^2l^2}$

$$\Rightarrow u_{o\rho} = \frac{0{,}3 \cdot 10 \cdot 4}{1 \cdot 1} = 12m/s$$

Γ3.

Στη θέση (2):**όταν** $u = \frac{u_{o\rho}}{2} = 6m/s$

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \Sigma\vec{F} \Rightarrow \frac{dp}{dt} = 2 - F_L,$$

με μέτρο

$$\frac{dp}{dt} = mg - \frac{B^2ul^2}{R_{o\lambda}} = 3 - \frac{6}{4} = 1{,}5\ kg\frac{m}{s^2}$$

Και με κατεύθυνση προς τα κάτω.

Γ4.

όταν $\upsilon = \upsilon_{o\rho} = 12m/s$

Η ΗΕΔ από επαγωγή $\mathcal{E}_{\varepsilon\pi} = B\upsilon_{o\rho}l = 12V$

Από νόμο Ohm $I_{\varepsilon\pi} = \frac{\mathcal{E}_{\varepsilon\pi}}{R_{o\lambda}} = \frac{12}{4} = 3A$

Η διαφορά δυναμικού στα άκρα του αγωγού ΚΛ είναι

$$V_{K\Lambda} = I_{\varepsilon\pi}R_{\varepsilon\xi} = 3 \cdot 2 = 6V$$

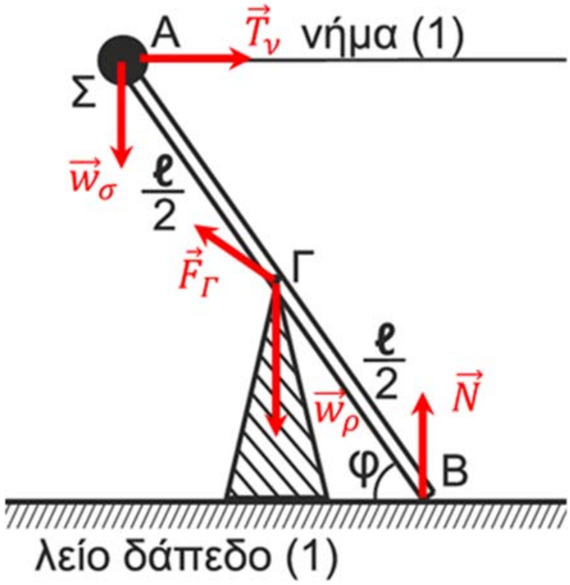
Οπότε και η διαφορά δυναμικού στα άκρα της συσκευής είναι

$$V_{MN} = V_{K\Lambda} = 6V = V_K$$

συνεπώς η συσκευή λειτουργεί κανονικά

<u>ΘΕΜΑ Δ</u>

Δ1. Οι δυνάμεις που ασκούνται στη ράβδο στο σημείο που είναι κολλημένο το σφαιρίδιο είναι η τάση νήματος T_ν, το βάρος του σφαιριδίου w_σ, το βάρος της ράβδου w_ρ, η δύναμη του στηρίγματος F_Γ στο σημείο Γ και η κάθετη αντίδραση από το έδαφος Ν, όπως αποτυπώνεται στο παρακάτω σχήμα.

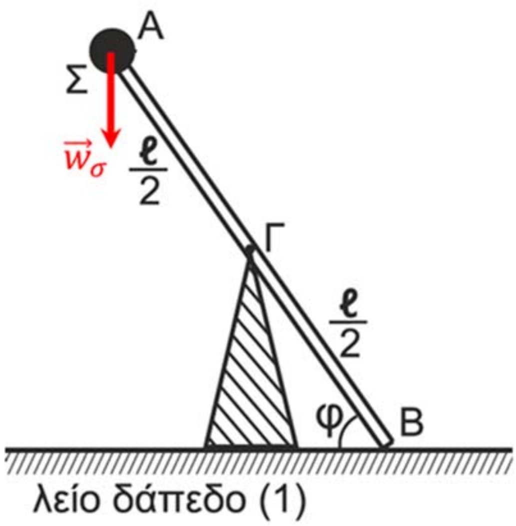


Το σύστημα ράβδος-σφαιρίδιο ισορροπεί, οπότε από συνθήκη ισορροπίας περιστροφής (με άξονα περιστροφής τον Γ):

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = 0 \Rightarrow w_\sigma \frac{l}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi + N\frac{l}{2}\sigma\upsilon\nu\varphi = T_\nu \frac{l}{2}\eta\mu\varphi \Rightarrow$$

$$10 \cdot 0{,}6 + N \cdot 0{,}6 = 10{,}5 \cdot 0{,}8 \Rightarrow N = 10{,}5 \cdot \frac{4}{3} - 10 = 4\,N$$

Δ2. Από τη στιγμή που κόβεται το νήμα, το σύστημα ράβδος-σφαιρίδιο περιστρέφεται, με σταθερή γωνιακή επιτάχυνση, υπό την επίδραση του βάρους του σφαιριδίου.



Ο ρυθμός μεταβολής στροφορμής του συστήματος τη χρονική στιγμή t_0 = 0 s, υπολογίζεται ως,

$$\frac{dL}{dt} = \Sigma\tau_{(\Gamma)} = w_\sigma \frac{l}{2} \sigma\upsilon\nu\varphi = 10 \cdot 1 \cdot 0{,}6 = 6\ N \cdot m$$

Η γωνιακή επιτάχυνση του συστήματος τότε υπολογίζεται από θεμελιώδη νόμο μηχανικής για τη στροφική κίνηση:

$$\Sigma\tau_{(\Gamma)} = I_{o\lambda} \cdot \alpha_\gamma,\ (1)$$

όπου $I_{o\lambda}$ η στροφορμή του συστήματος:

$$I_{o\lambda} = \frac{1}{12} M_\rho \cdot l^2 + m\frac{l^2}{4} = \frac{1}{12} 3 \cdot 4 + 1\frac{4}{4} = 2\ kg \cdot m^2$$

Οπότε από (1):

$$\alpha_\gamma = \frac{\Sigma\tau_{(\Gamma)}}{I_{o\lambda}} = \frac{6}{2} = 3\ r/s^2$$

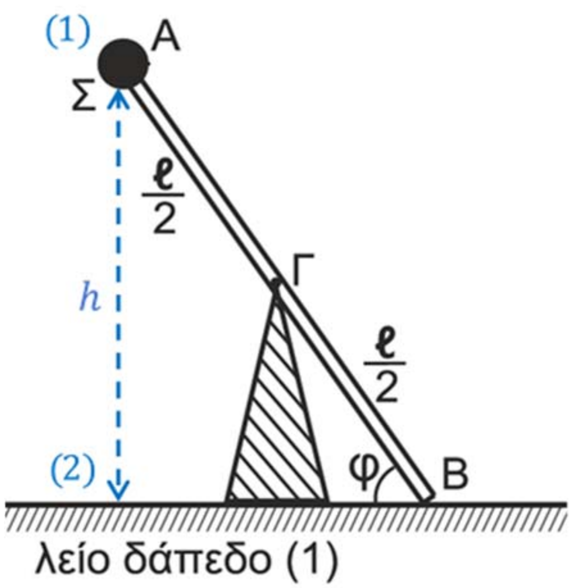
Για να υπολογιστεί τώρα ο ρυθμός μεταβολής στροφορμής της ράβδου:

$$\frac{dL_\rho}{dt} = I_{cm(\rho)} \cdot \alpha_\gamma = \frac{1}{12} 3 \cdot 4 \cdot 3 = 3\ N \cdot m$$

Δ3. Υπολογίζουμε πρώτα τη γωνιακή ταχύτητα του συστήματος με την οποία το σφαιρίδιο φτάνει στο δάπεδο, ακριβώς πριν τη κρούση του με αυτό, εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ από την αρχική του θέση (1) στη τελική θέση (2), κατεβαίνοντας το σφαιρίδιο κατά ύψος h:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = w_{w\sigma} \Rightarrow \frac{1}{2} I_{o\lambda} \cdot \omega^2 = mgh\ (2)$$

Για τον υπολογισμό του ύψους h, λαμβάνουμε το τρίγωνο που σχηματίζει αρχικά η ράβδος με το έδαφος και την ευθεία που αποτυπώνει το ύψος, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα.



Άρα

$$h = l \cdot \eta\mu\varphi = 1{,}6\; m$$

οπότε από (2):

$$\frac{1}{2}2 \cdot \omega^2 = 1 \cdot 10 \cdot 0{,}8 \Rightarrow \omega^2 = 16 \Rightarrow \omega = 4\; r/s$$

Το μέτρο μεταβολής της στροφορμής που ζητείται, θεωρώντας τα θετικά προς τα μέσα στη σελίδα, υπολογίζεται ως:

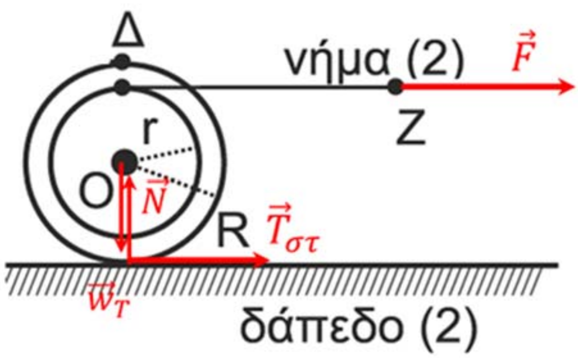
$$\Delta\vec{L} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{L}_{\alpha\rho\chi} \Rightarrow |\Delta L| = \left|L_{\tau\varepsilon\lambda} - L_{\alpha\rho\chi}\right| = \left|I_{o\lambda}\frac{\omega}{2} - (-I_{o\lambda}\omega)\right| = \left|I_{o\lambda}\frac{3\omega}{2}\right| \Rightarrow$$

$$\Rightarrow |\Delta L| = 12\; kg \cdot m^2/s.$$

Η φορά της μεταβολής της στροφορμής είναι από τον αναγνώστη προς στη σελίδα.

Δ4. Η τροχαλία εκτελεί κύλιση χωρίς ολίσθηση με την επίδραση της δύναμης F, η οποία από το σημείο Ζ του νήματος μεταφέρεται στο άλλο άκρο του νήματος πάνω στη τροχαλία (στο ανώτερο σημείο του αυλακίου), καθώς το νήμα είναι αβαρές και μη εκτατό.

Στη τροχαλία για να μην ολισθαίνει, στο σημείο επαφής με το δάπεδο (2) ασκείται στατική τριβή $T_{\sigma\tau}$ ομόρροπη με την F. Εκτός από τις οριζόντιες δυνάμεις, στο σώμα ασκούνται το βάρος του και η κάθετη αντίδραση, όπως φαίνονται στο επόμενο σχήμα.



Εφαρμόζουμε θεμελιώδη νόμο μηχανικής για τις δυνάμεις στη τροχαλία, στον οριζόντιο άξονα (θεωρώντας θετική φορά την προς τα δεξιά):

$$\Sigma F = m \cdot a_{cm} \Rightarrow F + T_{\sigma\tau} = M_T \cdot \alpha_{cm} \Rightarrow 12 + T_{\sigma\tau} = 7 \cdot \alpha_{cm}\; (1)$$

Εφαρμόζουμε έπειτα θεμελιώδη νόμο στροφικής κίνησης για την τροχαλία (θεωρώντας θετική φορά σύμφωνα με τους δείκτες του ρολογιού):

$$\Sigma\tau = I \cdot a_{\gamma(\tau\rho)} \xRightarrow{a_{cm} = a_\gamma R}$$

$$F \cdot r - T_{\sigma\tau} \cdot R = \frac{1}{2}M_T R^2 \cdot a_{\gamma(\tau\rho)} = \frac{1}{2}M_T a_{cm} R \Rightarrow$$

$$12 \cdot 0{,}3 - 0{,}4T_{\sigma\tau} = \frac{1}{2}7 \cdot 0{,}4 \cdot a_{cm} \Rightarrow$$

$$\frac{3{,}6}{0{,}4} - T_{\sigma\tau} = 3{,}5 \cdot a_{cm} \Rightarrow$$

$$9 - T_{\sigma\tau} = 3{,}5 \cdot a_{cm} \ (2)$$

Προσθέτουμε κατά μέλη τις σχέσεις (1) και (2), οπότε:

$$21 = 10{,}5 \cdot a_{cm} \Rightarrow a_{cm} = 2\ m/s^2$$

Δ5. Το κέντρο μάζας της τροχαλίας από τη χρονική στιγμή $t_0 = 0$ έως τη στιγμή $t_1 = 2\ s$ έχει μετατοπιστεί κατά

$$\Delta x_{cm} = \frac{1}{2}a_{cm}t_1^2 = \frac{1}{2}2 \cdot 2^2 \Rightarrow \Delta x_{cm} = 4\ m$$

Και η τροχαλία έχει περιστραφεί κατά γωνία

$$\Delta\theta = \frac{\Delta x_{cm}}{R} = \frac{4}{0{,}4} \Rightarrow \Delta\theta = 10\ rad.$$

Η δύναμη $\vec{F}$ συνεισφέρει τόσο στη μεταφορική κίνηση όσο και στη στροφική, όπου και στις δύο κινήσεις το έργο της είναι θετικό, αφού η δύναμη είναι ομόρροπη στην ταχύτητα του κέντρου μάζας και η ροπή της ομόρροπη της γωνιακής ταχύτητας. Επομένως:

$$W_F = F \cdot \Delta x_{cm} + \tau_F \cdot \Delta\theta = F \cdot \Delta x_{cm} + F \cdot r \cdot \Delta\theta = 12 \cdot 4 + 12 \cdot 0{,}3 \cdot 10 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_F = 48 + 36 = 84\ J.$$

Εναλλακτικά: Τη στιγμή $t_1 = 2\ s$ η ταχύτητα του κέντρου μάζας είναι

$$\upsilon_{cm} = a_{cm} \cdot t_1 = 2 \cdot 2 \Rightarrow \upsilon_{cm} = 4\ m/s$$

και η γωνιακή ταχύτητα της τροχαλίας

$$\omega = \frac{\upsilon_{cm}}{R} = \frac{4}{0{,}4} = 10\ rad/s.$$

Εφαρμόζουμε ΘΜΚΕ για την κίνηση της τροχαλίας από τη χρονική στιγμή t_0 έως τη στιγμή t_1:

$$K_{\tau\varepsilon\lambda} - K_{\alpha\rho\chi} = W_F \Rightarrow W_F = \frac{1}{2}M_T\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}I_{(cm)T}\omega^2 = \frac{1}{2}M_T\upsilon_{cm}^2 + \frac{1}{2}\frac{1}{2}M_TR^2\omega^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow W_F = 84\ J.$$