ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΤΡΙΤΗ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2021

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΟΧΤΩ (8)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΠΛΗΡΕΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. γ

Α2. δ

Α3. γ

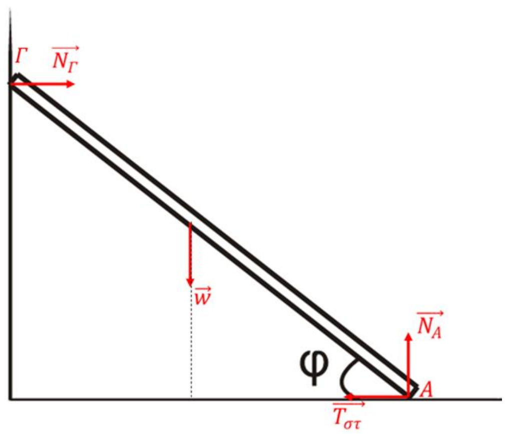
Α4. β

Α5. α) Σ β) Λ γ) Σ δ) Σ ε) Λ

ΘΕΜΑ Β

Β1. α) Σωστή απάντηση: **ii)**

β) Από την στροφική ισορροπία της ράβδου ως προς το Α



$$Στ_{(A)} = 0 \Rightarrow$$
$$τ_w + τ_{N_Γ} + τ_{N_A} + τ_{T_{στ}} = 0 \Rightarrow$$
$$w \cdot \frac{l}{2} \cdot συνφ - N_Γ \cdot l \cdot ημφ = 0 \Rightarrow$$
$$N_Γ = \frac{w \cdot συνφ}{2 \cdot ημφ}$$

Από την μεταφορική ισορροπία:

$$Σ\vec{F} = 0 \Rightarrow \begin{cases} Σ\vec{F}_x = 0 \\ Σ\vec{F}_y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T_{στ} = N_Γ = \dfrac{w \cdot συνφ}{2 \cdot ημφ} \\ N_A = w \end{cases}$$

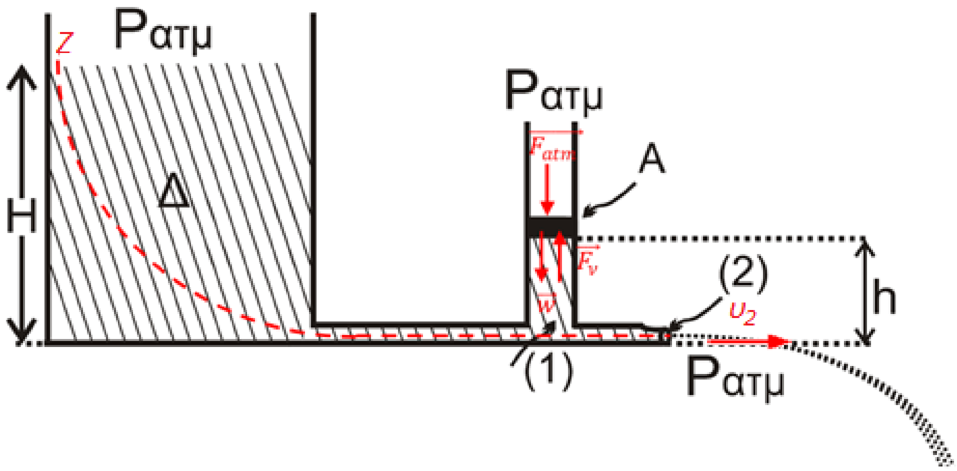
Πρέπει: $T_{στ} \leq T_{στ.max} \Rightarrow T_{στ} \leq μ_s \cdot N_A \Rightarrow$

$$\frac{w \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi}{2 \cdot \eta\mu\varphi} \leq \mu_s \cdot w \Rightarrow \frac{1}{2\mu_s} \leq \varepsilon\varphi\varphi$$

Οριακά: $\varepsilon\varphi\varphi = \frac{1}{2\mu_s}$

B2. α) Σωστή απάντηση **i)**

β)



Εφαρμόζουμε Bernoulli από το Z →2 και υπολογίζουμε τη υ_2:

$$P_{atm} + \rho g H = \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 + P_{atm} \Rightarrow \upsilon_2 = \sqrt{2gH}$$

Το έμβολο ισορροπεί, άρα:

$$\Sigma\vec{F} = 0 \Rightarrow F_{atm} + W = F_v \Rightarrow P_{\nu(A)} = P_{atm} + \frac{W}{A}$$

Η πίεση στο σημείο (1) υπολογίζεται

$$P_1 = P_{\nu(A)} + \rho g h = P_{atm} + \frac{W}{A} + \rho g h \;(1)$$

Από εξίσωση συνέχειας στα σημεία (1)-(2) έχουμε:

$$\Pi_1 = \Pi_2 \Rightarrow \upsilon_1 = \frac{\upsilon_2}{2} \;\; (2)$$

Εφαρμόζουμε Bernoulli 1 →2 και υπολογίζουμε την P_1:

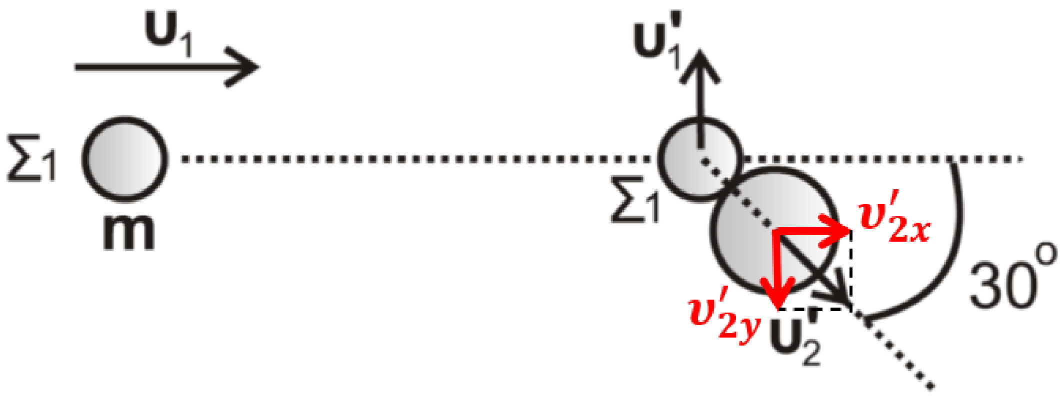
$$P_1 + \frac{1}{2}\rho\upsilon_1^2 = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \overset{(2)}{\Rightarrow} P_1 + \frac{1}{2}\rho\frac{\upsilon_2^2}{4} = P_{atm} + \frac{1}{2}\rho\upsilon_2^2 \overset{(1)}{\Rightarrow}$$

$$P_{atm} + \frac{W}{A} + \rho g h = P_{atm} + \frac{3}{4}\cdot\frac{1}{2}\rho \cdot 2gH \Rightarrow$$

$$\frac{W}{A} = \frac{3}{4}\rho g H - \rho g \frac{H}{4} \Rightarrow W = \frac{2}{4}\rho g H A \Rightarrow W = \frac{\rho g H A}{2}$$

Β3. α) Σωστή απάντηση: **iii)**

β)



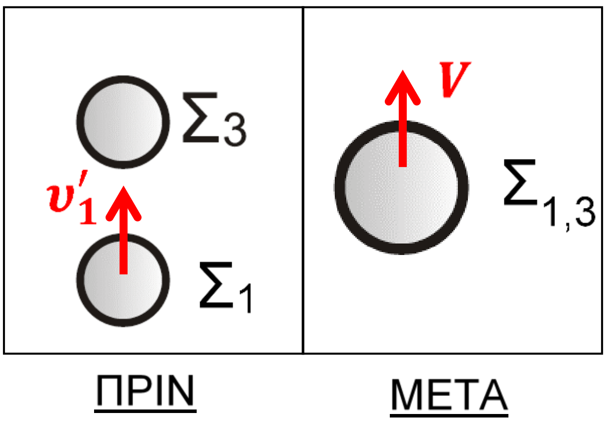
Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο. σε κάθε άξονα ξεχωριστά

$$\vec{P}_{ολ.πριν_x} = \vec{P}_{ολ.μετά_x} \Rightarrow m_1 υ_1 = m_2 υ'_{2_x} \Rightarrow m υ_1 = 2m υ'_2 \cdot συνφ \Rightarrow$$

$$υ_1 = υ_2{}'\sqrt{3} \Rightarrow υ'_2 = \frac{υ_1}{\sqrt{3}}$$

$$\vec{P}_{ολ.πριν_y} = \vec{P}_{ολ.μετά_y} \Rightarrow 0 = m_1 υ'_1 - m_2 υ'_{2_y} \Rightarrow 2m υ'_2 \cdot ημφ = m υ'_1 \Rightarrow$$

$$2υ'_2 \cdot \frac{1}{2} = υ'_1 \Rightarrow υ'_1 = \frac{υ_1}{\sqrt{3}}$$



Εφαρμόζουμε Α.Δ.Ο. κατά την πλαστική κρούση $m_1 - m_3$:

$$\vec{P}_{ολ.πριν} = \vec{P}_{ολ.μετά} \Rightarrow m_1 \cdot \upsilon_1' = (m_1 + m_3) \cdot V \Rightarrow$$

$$m \cdot \upsilon_1' = 2m \cdot V \Rightarrow V = \frac{\upsilon_1'}{2} = \frac{\upsilon_1}{2\sqrt{3}}$$

Ο λόγος των κινητικών ενεργειών είναι:

$$\frac{K_{συσσ}}{K_1} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 2m \cdot \frac{\upsilon_1^2}{4 \cdot 3}}{\frac{1}{2} m \cdot \upsilon_1^2} = \frac{1}{6}$$

<u>ΘΕΜΑ Γ</u>

Γ1. Η μέση ισχύς υπολογίζεται από την σχέση:

$$P_\mu = \frac{{V_{εν}}^2}{R_1} \Rightarrow {V_{εν}}^2 = P_\mu R_1 = 12 \cdot 6 \Rightarrow \frac{{V_0}^2}{2} = 72 \Rightarrow V_0 = 12\, V$$

Άρα από τον νόμο του Ohm έχουμε

$$I_{εν} = \frac{V_{εν}}{R_1} = \frac{12}{6\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}\, A$$

Γ2. Λόγω του διπλασιασμού της συχνότητας περιστροφής έχουμε:

$$\omega' = 2\omega = 100\pi \frac{r}{s}$$

Για τα πλάτη των τάσεων ισχύει:

$V_0' = 2V_0 = 24\, V$ γιατί $V_0 = N\omega BA$ και $V_0' = N2\omega BA$

οπότε, $\upsilon = 24\eta\mu(100\pi t)\ (S.I.)$

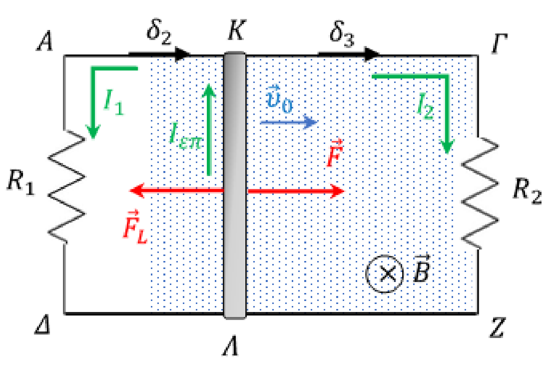
και $P = \frac{\upsilon^2}{R_1} = \frac{24 \cdot 24}{6}\eta\mu^2(100\pi t) = 96\eta\mu^2(100\pi t)\ (S.I.)$

Για $t = \frac{5\pi}{1000}$ sec

$$P = 96\eta\mu^2\left(100\pi \frac{5\pi}{1000}\right) = 96\eta\mu^2\frac{\pi}{2} = 96\, W$$

Γ3.

Από την χρονική στιγμή 0 έως την χρονική στιγμή 2 sec ο αγωγός κάνει επιταχυνόμενη κίνηση υπο την επίδραση μόνο της F γιατί παρόλο που



εμφανίζεται $E_{επ} = Bυl$ (με απόδειξη) , επειδή το κύκλωμα είναι ανοιχτό δεν εμφανίζονται ρεύματα στο κύκλωμα άρα και δύναμη Laplace. Άρα:

$\alpha = \frac{F}{m} = \frac{0.5}{0.5} = 1\, m/s^2$

Και ο αγωγός αποκτά ταχύτητα την στιγμή 2 sec

$$υ_0 = \alpha t = 1 \cdot 2 = 2\, m/s$$

Όταν κλείσουν οι διακόπτες στο κύκλωμα εμφανίζονται ρεύματα και στο αγωγό ΚΛ $F_{Laplace}$, για τις αντιστάσεις R_1 και R_2 έχουμε:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3 \cdot 6}{3 + 6} = 2\, \Omega$$

Έτσι για τη συνολική αντίσταση $R_{ολ}$:

$$R_{ολ} = R_{ΚΛ} + R_{1,2} = 4\, \Omega$$

Αφού $υ_0 = σταθερή$ προκύπτει ισορροπία για τις δυνάμεις:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F = F_L \Rightarrow 0{,}5 = BI_{επ} l \Rightarrow 0{,}5 = \frac{B^2 l^2}{R_{ολ}} υ_0 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{B^2}{4} 2 \Rightarrow B = 1\, T$$

Γ4. Από 0-2sec έχουμε ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση, το διάστημα που διανύει ο αγωγός είναι:

$$\Delta x_1 = \frac{1}{2} \alpha t^2 = \frac{1}{2} 1 \cdot 4 = 2\, m$$

Από 2sec – 5 sec η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλή, το διάστημα που διανύει ο αγωγός είναι:

$$\Delta x_2 = υ_0 \Delta t = 2 \cdot 3 = 6\, m$$

Οπότε το συνολικό έργο της δύναμης : $W_F = F \cdot (\Delta x_1 + \Delta x_2) = \frac{1}{2} 8 = 4J$

Για τη χρονική διάρκεια από 2sec – 5 sec, το συνολικό ρεύμα στο κύκλωμα είναι: $I_{επ} = \frac{Bυ_0 l}{R_{ολ}} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} A$

Άρα η τάση στα άκρα της R_2 είναι

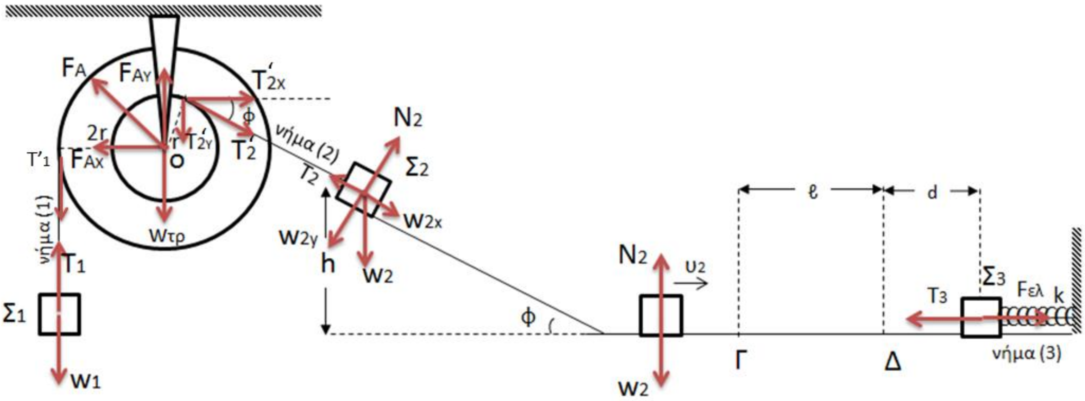
$$V_2 = V_{ΚΛ} = E_{επ} - I_{επ} \cdot R_{ΚΛ} = Bυ_0 l - I_{επ} R_{ΚΛ} = 2 - \frac{1}{2} 2 = 1\, V$$

Η θερμότητα στην R_2 υπολογίζεται ως: $Q_2 = \frac{V_2^2}{R_2} \Delta t = \frac{1}{3} 3 = 1\, J$

Άρα, το ζητούμενο ποσοστό υπολογίζεται:

$$\Pi\% = \frac{Q_2}{W_F} 100\% = \frac{1}{4} 100\% = 0{,}25 \cdot 100\% = 25\%$$

ΘΕΜΑ Δ



Δ1.

Το Σ_2 ισορροπεί μεταφορικά, άρα:

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow \ w_{2_x} = T_2 \ \Rightarrow w_2 \quad \cdot \eta\mu\varphi = T_2 \ \Rightarrow 50 \cdot 0{,}6 = T_2 \ \Rightarrow T_2 = 30N$$

Τα νήματα 1 και 2 είναι αβαρή και άρα $T_1 = T_1'$ και $T_2 = T_2'$.

Η τροχαλία ισορροπεί στροφικά:

$$\Sigma\tau_{(0)} = 0 \Rightarrow -T_2 \cdot r + T_1 \cdot 2r = 0 \Rightarrow T_1 = \frac{T_2}{2} = 15N$$

Το Σ_1 ισορροπεί μεταφορικά

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow w_1 = T_1 \Rightarrow w_1 = 15N \Rightarrow m_1 \cdot g = 15N \Rightarrow m_1 = 1{,}5kg$$

Μεταφορική ισορροπία στην τροχαλία

$$\Sigma F_x = 0 \Rightarrow F_{A_x} = T_{2_x} \Rightarrow F_{A_x} = T_2 \quad \cdot \sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow F_{A_x} = 24N$$

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow F_{A_y} = w_{\tau\rho} + T_{2_y} + T_1 \Rightarrow F_{A_y} = 15 + 18 + 15 = 48N$$

Άρα η δύναμη του άξονα έχει μέτρο που βρίσκεται από την διανυσματική σύνθεση $F_A = \sqrt{24^2 + 48^2} = \sqrt{24^2 + (2 \cdot 24)^2} = 24\sqrt{5}N$

Δ2.

Υπολογίζουμε την ταχύτητα του Σ_2 από την κάθοδο του σώματος στο κεκλιμένο: (h=1,8m)

Α.Δ.Μ.Ε. : (Θεωρώ $U_{\beta\alpha\rho} = 0$ στο οριζόντιο επίπεδο)

$$K_{\alpha\rho\chi} + U_{\alpha\rho\chi} = K_{\tau\varepsilon\lambda} + U_{\tau\varepsilon\lambda} \Rightarrow m_2 \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} m_2 u_2^2 \Rightarrow$$

$u_2 = \sqrt{2gh} \Rightarrow u_2 = \sqrt{2 \cdot 10 \cdot 1{,}8} \Rightarrow u_2 = \sqrt{36} \Rightarrow u_2 = 6\, m/s$

Η κίνηση από τη βάση του κεκλιμένου ως το σημείο Γ θα είναι Ε.Ο.Κ. με σταθερή ταχύτητα $u_2 = 6\, m/s$

Το m_2 διανύει την απόσταση $ΓΔ = l = \frac{3\pi}{5} m$ σε χρόνο που δίνεται από τη σχέση

$$u_2 = \frac{Δx}{Δt} \Rightarrow Δt = \frac{Δx}{u_2} \Rightarrow Δt = \frac{l}{u_2} = \frac{\frac{3\pi}{5}}{6} = \frac{3\pi}{30} = \frac{\pi}{10}\ sec$$

Αυτός ο χρόνος θα αντιστοιχεί στο $\frac{T}{4}$ της Α.Α.Τ. του $Σ_3$ γιατί το $Σ_3$ μεταβαίνει από το πλάτος στην θέση ισορροπίας:

$$Άρα \quad \frac{T}{4} = \frac{\pi}{10} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{5} \sec\ και \quad ω = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{5}} = 5\frac{r}{s}$$

Τότε η σταθερά $D = k = m_3 \cdot ω^2 = 5 \cdot 25 = 125\ N/m$

Δ3.

Στο σημείο Δ της ελαστικής κρούσης θα έχουμε:

Η ταχύτητα του $Σ_3$ πριν την κρούση του με το $Σ_2$ είναι η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης του. Άρα $u_3 = ω \cdot d = 5 \cdot 0{,}2 = 1\, m/s$

$$u_2' = \frac{m_2 - m_3}{m_2 + m_3} \cdot u_2 + \frac{2m_3}{m_2 + m_3} \cdot u_3 \ \Rightarrow u_2' = \frac{10}{10} \cdot (-1) \Rightarrow u_2' = -1\, m/s$$

$$u_3' = \frac{m_3 - m_2}{m_2 + m_3} \cdot u_3 + \frac{2m_2}{m_2 + m_3} \cdot u_2 \ \Rightarrow u_3' = 6\, m/s$$

Ή επειδή οι μάζες είναι ίσες, τα σώματα ανταλλάσσουν ταχύτητες

$u_2' = -1 m/s$ και $u_3' = 6\, m/s$ (προς τα δεξιά)

Υπολογίζουμε το πλάτος της νέας ταλάντωσης

$$u'_{max} = ω \cdot A' \Rightarrow A' = \frac{6}{5} = 1{,}2\, m$$

Άρα σύμφωνα με θετική φορά προς τα <u>αριστερά</u> τη t=0 ο ταλαντωτής βρίσκεται στην θέση ισορροπίας και κινείται προς τα αρνητικά (δεξιά)

$x = A' ημ(ωt + φ_0) \Rightarrow 0 = 1{,}2\ ημ(5t + φ_0) \ \Rightarrow$
$φ_0 = \pi\, rad$ ή $φ_0 = 0\, rad$ Δεκτή η $\pi\, rad$ γιατί η ταχύτητα είναι αρνητική και το συνπ <0

$$x = 1{,}2\ ημ(5t + \pi) \ (S.I.)$$

Δ4.

Από την Α.Δ.Μ.Ε. ταλάντωσης έχουμε

$$E = K + U \xRightarrow{K=8U} E = 8U + U \Rightarrow E = 9U \Rightarrow$$

$$U = \frac{E}{9} \Rightarrow \frac{1}{2}Dx^2 = \frac{\frac{1}{2}DA^2}{9} \Rightarrow x = \pm\frac{A}{3} \Rightarrow x = -\frac{A}{3}\,(\,για\ πρώτη\ φορά)$$

Υπολογίζουμε και την ταχύτητα σε αυτή την θέση $x = -\frac{A}{3}$

$$E = K + U \Rightarrow E = K + \frac{K}{8} \Rightarrow E = \frac{9K}{8} \Rightarrow K = \frac{8E}{9} \Rightarrow$$

$\frac{1}{2}mu^2 = \frac{\frac{1}{2}mu_{max}^2}{9} \cdot 8 \Rightarrow u = \pm 4\sqrt{2}\,\frac{m}{s}$ (για πρώτη φορά $-4\sqrt{2}\ m/s$)

Ο ρυθμός μεταβολής της ορμής ισούται με την συνολική δύναμη άρα

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \Sigma\vec{F} \Rightarrow \Sigma F = -D \cdot x = -125 \cdot \left(-\frac{1{,}2}{3}\right) = 125 \cdot 0{,}4 = 50N$$

Ο ρυθμός μεταβολής της κινητικής ενέργειας υπολογίζεται

$$\left|\frac{dK}{dt}\right| = \left|\frac{dW}{dt}\right| = \left|\frac{F \cdot dx}{dt}\right| = |\Sigma F \cdot u| = 200\sqrt{2}\,J/s$$

Δ5.

Το Σ_3 όταν ξαναβρεθεί στο φυσικό μήκος του ελατηρίου, άρα στην θέση ισορροπίας της ταλάντωσης του έχει περάσει χρόνος $\frac{T}{2}$.

$$t = \frac{T}{2} = \frac{\frac{2\pi}{5}}{2} = \frac{\pi}{5} sec$$

Το Σ_2 κάνοντας Ε.Ο.Κ. διανύει διάστημα

$$u_2' = \frac{s}{t} \Rightarrow s = u_2' \cdot t = 1 \cdot \frac{\pi}{5} = \frac{3{,}14}{5} \approx 0{,}628m$$

Άρα η απόσταση των δύο σωμάτων είναι $0{,}628m$.