

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
 Γ' ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ (ΝΕΟΙ)
 ΔΕΥΤΕΡΑ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020
 ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ
 ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΔΕΚΑ (10)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΠΛΗΡΕΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. γ

A2. α

A3. γ (θεωρώντας από το σχήμα ότι η διατομή στο (2) είναι μικρότερη της διατομής στο (1))

A4. δ

A5. α) Σωστό β) Λάθος γ) Σωστό δ) Σωστό ε) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

B1.

α) Σωστή απάντηση η **iii.** $\frac{\sqrt{5}}{4}$

β) Το σημείο Α έχει ταχύτητα: $v_A = v_{cm} + v_{\gamma\rho} = 2v_{cm}$ (1) ($v_{\gamma\rho} = v_{cm}$, Κύλιση χωρίς ολίσθηση)

Το σημείο Γ έχει $v'_{\gamma\rho} = \omega \frac{R}{2} = \frac{v_{cm}}{2}$ και συνολική ταχύτητα: $v_\Gamma = \sqrt{v_{cm}^2 + v_{\gamma\rho}'^2} =$

$$\sqrt{v_{cm}^2 + \left(\frac{v_{cm}}{2}\right)^2} = \frac{v_{cm}\sqrt{5}}{2} \quad (2)$$

Από διαίρεση κατά μέλη των (1), (2) προκύπτει ότι $\frac{v_\Gamma}{v_A} = \frac{\frac{v_{cm}\sqrt{5}}{2}}{2v_{cm}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$

B2.

α) Σωστή απάντηση η **ii.** $\Pi_1 = \Pi_2$

β) Α' τρόπος:

Η ταχύτητα του δεύτερου σώματος μετά την ελαστική κρούση είναι

$$v_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1$$

Για το ποσοστό Π_1 έχουμε:

$$\Pi_1 = \frac{K_2' - K_2}{K_1} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_2 v_2'^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi_1 = \frac{m_2}{m_1} \cdot \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 \cdot 100\% = \frac{m_2 \cdot 4 \cdot m_1^2}{m_1 (m_1 + m_2)^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi_1 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot 100\%$$

Με όμοιο τρόπο για το ποσοστό Π_2 λαμβάνουμε:

$$\Pi_2 = \frac{K_1' - K_1}{K_2} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2} m_1 v_1'^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi_2 = \frac{m_1}{m_2} \cdot \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2} \right)^2 \cdot 100\% = \frac{m_1 \cdot 4 \cdot m_2^2}{m_2 (m_1 + m_2)^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi_2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot 100\%,$$

όπου η ταχύτητα του πρώτου σώματος μετά την ελαστική κρούση είναι

$$v_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_1.$$

Από την σύγκριση των δύο ποσοστών λαμβάνουμε ότι $\Pi_1 = \Pi_2$

Β' τρόπος:

Το πρώτο ποσοστό δίνεται ως $\Pi_1 = \frac{-\Delta K_1}{K_1} \cdot 100\% = -\frac{\frac{1}{2} m_1 v_1'^2 - \frac{1}{2} m_1 v_1^2}{\frac{1}{2} m_1 v_1^2} \cdot 100\% \quad (1)$

Ενώ το αντίστοιχο ποσοστό $\Pi_2 = \frac{-\Delta K_2}{K_2} \cdot 100\% = -\frac{\frac{1}{2} m_2 v_2'^2 - \frac{1}{2} m_2 v_2^2}{\frac{1}{2} m_2 v_2^2} \cdot 100\% \quad (2)$

Από τη διαίρεση κατά μέλη των εξισώσεων (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{\Pi_1}{\Pi_2} = \frac{\frac{\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 v_1^2 - v_1^2}{v_1^2}}{\frac{\left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 v_2^2 - v_2^2}{v_2^2}} = \frac{\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 - 1}{\left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 - 1} = 1$$

B3.

α) Σωστή απάντηση η i. $\Pi = \frac{A}{2} \sqrt{gH}$

β) Εφόσον η στάθμη του νερού στο δοχείο παραμένει σταθερή, η παροχή της βρύσης Π πρέπει να ισούται με την παροχή Π_0 του νερού που φεύγει από την οπή O :

$$\Pi = \Pi_0 \Rightarrow \Pi = A \cdot v_0 \quad (1),$$

όπου v_0 η ταχύτητα με την οποία εξέρχεται από την οπή O το νερό, που προκύπτει την εξίσωση Bernoulli μεταξύ ενός σημείου A της ελεύθερης επιφάνειας του νερού στο δοχείο και της οπής O (θεώρημα Torricelli):

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 + \rho g H = P_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 + \rho g h_1 \Rightarrow v_0 = \sqrt{2g(H - h_1)} \quad (2),$$

όπου $P_A = P_0 = P_{atm}$ και $v_A = 0$.

Μετά το σημείο O τα μόρια του νερού εκτελούν οριζόντια βολή με αρχική ταχύτητα v_0 . Ο χρόνος για να φτάσουν στο σημείο Z είναι ίσος με

$$\Delta y = \frac{1}{2} g t^2 \xrightarrow{\Delta y = h_1 - h_2} t = \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}},$$

ο χρόνος πτώσης μέχρι το έδαφος

$$\Delta y = \frac{1}{2} g t_{\pi\tau}^2 \xrightarrow{\Delta y = h_1} t_{\pi\tau} = \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}}$$

και για την απόσταση που διανύει στη x διεύθυνση:

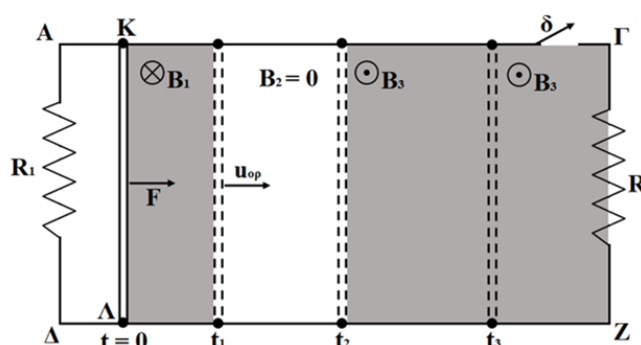
$$\begin{aligned} \frac{s}{2} &= v_0 t \Rightarrow s = 2v_0 t \Rightarrow \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}} \Rightarrow v_0 t_{\pi\tau} = 2v_0 \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow v_0 \sqrt{\frac{2h_1}{g}} = 2v_0 \sqrt{\frac{2(h_1 - h_2)}{g}} \Rightarrow \\ &\Rightarrow h_1 = 4(h_1 - h_2) \Rightarrow h_1 = \frac{4}{3} h_2 = \frac{4}{3} \cdot \frac{21H}{32} \Rightarrow h_1 = \frac{7H}{8}. \end{aligned}$$

Επομένως η εξίσωση (1) και με τη βοήθεια της (2) γράφεται ως

$$\Pi = A \cdot \sqrt{2g \left(H - \frac{7H}{8} \right)} = A \cdot \sqrt{2g \frac{H}{8}} \Rightarrow \Pi = \frac{A}{2} \sqrt{gH}.$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Ο αγωγός ΚΛ ξεκινάει να κινείται την χρονική στιγμή $t=0$ επιταχυνόμενα με την επίδραση της δύναμης F . Επειδή ο αγωγός ΚΛ κινείται μέσα σε μαγνητικό πεδίο, εμφανίζει στα άκρα του $\mathcal{E}_{\text{επ}}$, άρα διαρρέεται από επαγωγικό ρεύμα και άρα εμφανίζεται επάνω του δύναμη Laplace αντίρροπη της δύναμης F , με μέτρο:



$$F_L = B_1 I L = B \frac{\mathcal{E}_{\text{επ}}}{R_{\text{ολ}}} L = \frac{B_1^2 v L^2}{R_1 + R_{\text{ΚΛ}}} \quad (1)$$

Επειδή το μέτρο της δύναμης Laplace συνεχώς αυξάνεται, καθώς αυξάνεται η ταχύτητά του, η κίνηση του αγωγού έχει μειούμενη επιτάχυνση, μέχρι να αποκτήσει μια μέγιστη σταθερή ταχύτητα την οριακή, όταν η δύναμη Laplace αποκτήσει ίσο μέτρο με την δύναμη F .

Η συνισταμένη των δυνάμεων εκείνη τη χρονική στιγμή είναι:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F - F_L = 0 \Rightarrow F = F_L \xrightarrow{(1) \text{ για } v=v_{\text{ορ}}} v_{\text{ορ}} = \frac{F(R_1 + R_{\text{ΚΛ}})}{B_1^2 \cdot L^2} = \frac{0,8 \cdot 5}{1 \cdot 1} = 4 \text{ m/s}$$

Γ2. Την χρονική στιγμή t_2 ο αγωγός εισέρχεται σε μαγνητικό πεδίο B_3 αντίθετης φοράς, όπως φαίνεται στο σχήμα. Άρα αντιστρέφεται η φορά του ρεύματος χωρίς να αντιστραφεί η φορά της F_L . Σε αυτή την περίπτωση για να κινείται με σταθερή ταχύτητα πρέπει:

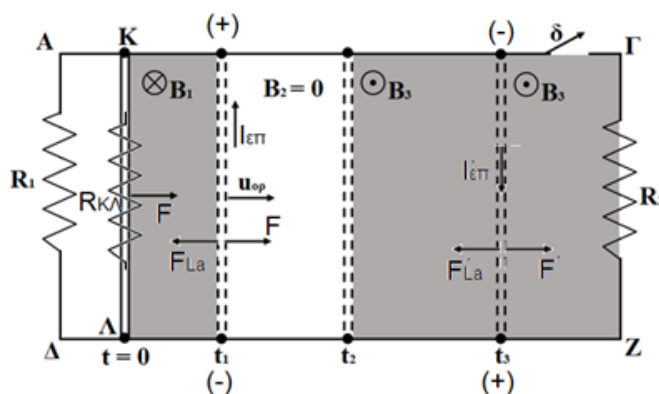
$$\Sigma F = 0 \Rightarrow F' - F'_L = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow F' = F'_L$$

Επειδή ο αγωγός κινείται με την v_{op} , η δύναμη F' υπολογίζεται ως:

$$F' = \frac{B_3^2 \cdot v_{op} \cdot L^2}{R_1 + R_{K\Lambda}} = \frac{1^2 \cdot 4 \cdot 1^2}{5} = 0,8 \text{ N}$$

Η φορά της δύναμης πρέπει να είναι προς τα δεξιά αντίθετη της F_L .



Γ3. Το επαγωγικό ρεύμα που αναπτύσσεται κατά την κίνηση του αγωγού για το χρονικό διάστημα $\Delta t = t_3 - t_2$ υπολογίζεται ως:

$$I'_{\varepsilon\pi} = \frac{B_3 \cdot v_{op} \cdot L}{R_1 + R_{K\Lambda}} = \frac{1 \cdot 4 \cdot 1}{5} = 0,8 \text{ A}$$

Για τον υπολογισμό του χρονικού διαστήματος λύνουμε την σχέση:

$$I'_{\varepsilon\pi} = \frac{q_{\varepsilon\pi}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{q_{\varepsilon\pi}}{I'_{\varepsilon\pi}} = \frac{0,2}{0,8} = 0,25 \text{ sec}$$

Η θερμότητα Q που εκλύεται από τους αντιστάτες είναι:

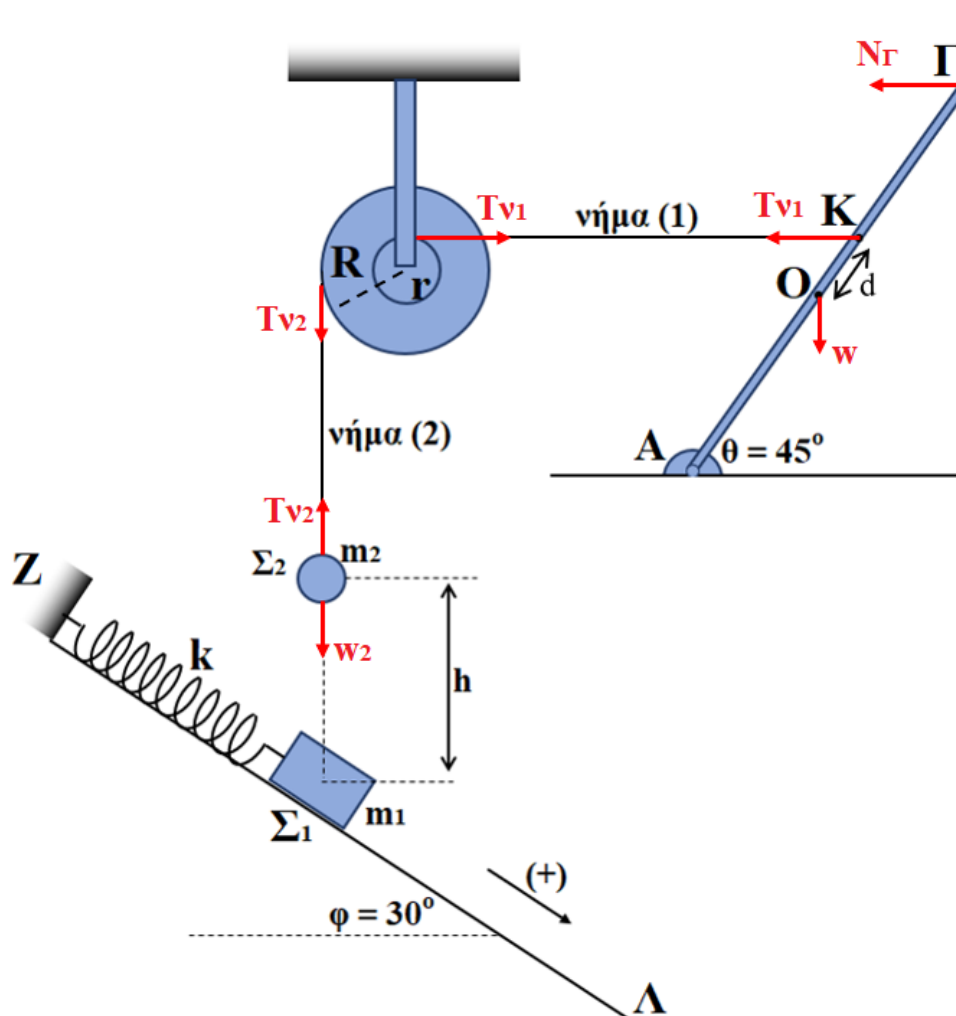
$$Q_{Ro\lambda} = I_{\varepsilon\pi}^2 \cdot R_{o\lambda} \cdot \Delta t = 0,64 \cdot 5 \cdot 0,25 = 0,8 \text{ Joule}$$

Γ4. Η αντίσταση $R_{1,2}$ υπολογίζεται ως:

$$R_{1,2} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2 \cdot 2}{2 + 2} = 1 \Omega,$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. Στα σώματα του συστήματος ασκούνται οι δυνάμεις όπως φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.



Επειδή τα νήματα είναι αβαρή ισχύει για τα μέτρα των δυνάμεων

$$T'_{v1} = T_{v1} \text{ (1) και } T'_{v2} = T_{v2} \text{ (2)}$$

- Το σώμα Σ_2 ισορροπεί:

$$\Sigma F = 0 \Rightarrow W_2 - T_{v2} = 0 \Rightarrow T_{v2} = m_2 g \Rightarrow T_{v2} = 3 \cdot 10 \Rightarrow T_{v2} = 30 \text{ N}$$

- Για την τροχαλία:

$$\Sigma \tau_{(cm)} = 0 \Rightarrow \tau_{T'_{v1}} + \tau_{T'_{v2}} + \tau_{W_{\tau p.}} + \tau_{F_{\alpha \xi.}} = 0 \Rightarrow -T'_{v1} \cdot r + T'_{v2} \cdot 2r = 0 \xrightarrow{(1),(2)}$$

$$-T_{v1} \cdot r + T_{v2} \cdot 2r = 0 \Rightarrow T_{v1} = 2T_{v2} \Rightarrow T_{v1} = 2 \cdot 30 \Rightarrow T_{v1} = 60 \text{ N}$$

- Η ράβδος ισορροπεί:

$$\Sigma \tau_{(A)} = 0 \Rightarrow \tau_{T_{v1}} + \tau_{N_{\Gamma}} + \tau_{F_{\alpha \rho \theta.}} + \tau_{W_{\rho}} = 0 \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
 T_{v1} \cdot \left(\frac{\ell}{2} + d \right) \cdot \eta\mu(45^\circ) + N_r \cdot \ell \cdot \eta\mu(45^\circ) - W_\rho \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \sigma\upsilon\nu(45^\circ) &= 0 \Rightarrow \\
 T_{v1} \cdot \left(\frac{\ell}{2} + \frac{\ell}{6} \right) \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + N_r \cdot \ell \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - W_\rho \cdot \frac{\ell}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} &= 0 \Rightarrow \\
 T_{v1} \cdot \frac{2}{3} + N_r - W_\rho \cdot \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow T_{v1} \cdot \frac{2}{3} + N_r - M \cdot g \cdot \frac{1}{2} &= 0 \Rightarrow \\
 \Rightarrow 60 \cdot \frac{2}{3} + N_r - 10 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow \boxed{N_r = 10N}
 \end{aligned}$$

Δ2. Για το σώμα Σ₁.

Στην αρχική θέση ισορροπίας (Θ.Ι.Τ.)

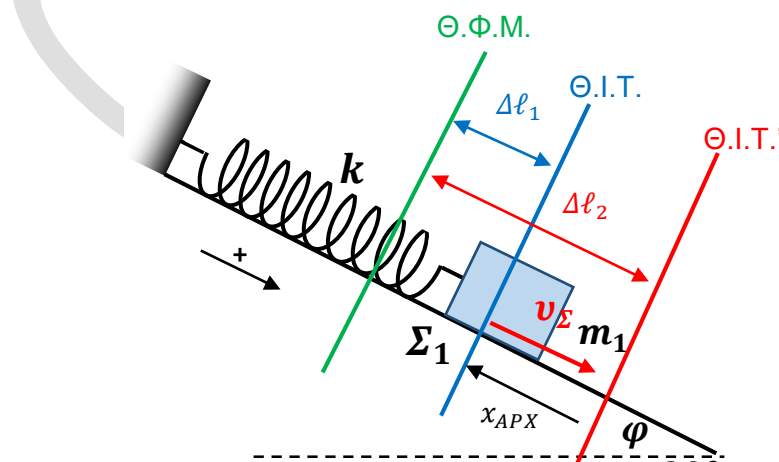
$$\begin{aligned}
 \Sigma F = 0 \Rightarrow W_{1x} - F_{ελ} &= 0 \Rightarrow m_1 \cdot g \cdot \eta\mu(30^\circ) = k \cdot \Delta\ell_1 \Rightarrow \\
 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} &= 100 \cdot \Delta\ell_1 \Rightarrow \Delta\ell_1 = 5cm
 \end{aligned}$$

Στη νέα θέση ισορροπίας (Θ.Ι.Τ.')

$$\begin{aligned}
 \Sigma F = 0 \Rightarrow W_{\Sigma x} - F_{ελ} &= 0 \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot g \cdot \eta\mu(30^\circ) = k \cdot \Delta\ell_2 \Rightarrow \\
 (1 + 3) \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} &= 100 \cdot \Delta\ell_2 \Rightarrow \Delta\ell_2 = 20cm
 \end{aligned}$$

Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα απέχει απόσταση $|x_{APX}|$ από τη θέση ισορροπίας (Θ.Ι.Τ.'), ώστε:

$$|x_{APX}| = \Delta\ell_2 - \Delta\ell_1 = 20 - 5 \Rightarrow |x_{APX}| = 15cm$$



Αμέσως μετά την κρούση για το σύστημα που ταλαντώνεται ισχύει η αρχή διατήρησης ενέργειας της ταλάντωσης:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \cdot D \cdot A^2 &= \frac{1}{2} \cdot (m_1 + m_2) \cdot v_K^2 + \frac{1}{2} \cdot D \cdot x_{APX}^2 \xrightarrow{D=k} \\
 k \cdot A^2 &= (m_1 + m_2) \cdot v_K^2 + k \cdot x_{APX}^2 \Rightarrow \\
 100 \cdot A^2 &= 4 \cdot \left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2 + 100 \cdot (15 \cdot 10^{-2})^2 \xrightarrow{A>0} A = 0,3m
 \end{aligned}$$

Δ3. Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής

$$x = A \cdot \eta\mu(\omega t + \varphi_0)$$

- Εύρεση αρχικής φάσης

Την $t = 0$ $x_{\text{αρχ.}} = -0,15m$ και $v > 0$ ($A = 0,3m$), άρα

$$x_{APX} = A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow -0,15 = 0,3\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0 = \eta\mu\left(-\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases} \varphi_0 = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{6} \\ \varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{7\pi}{6} \end{cases} \kappa \in \mathbb{Z}$$

Επομένως οι λύσεις:

$$\varphi_0 = 2\kappa\pi - \frac{\pi}{6} \text{ και για } \kappa = 1 \text{ δίνει } \varphi_0 = \frac{11\pi}{6} \text{ rad } [v = v_{\max}\sigma\upsilon\nu\frac{11\pi}{6} > 0]$$

$$\text{ή } \varphi_0 = 2\kappa\pi + \frac{7\pi}{6} \text{ και για } \kappa = 0 \text{ δίνει } \varphi_0 = \frac{7\pi}{6} \text{ rad } [v = v_{\max}\sigma\upsilon\nu\frac{7\pi}{6} < 0]$$

Άρα η σωστή λύση είναι $\varphi_0 = \frac{11\pi}{6} \text{ rad}$

- Εύρεση γωνιακής συχνότητας

$$D = k = (m_1 + m_2) \cdot \omega^2 \Rightarrow 100 = 4 \cdot \omega^2 \xrightarrow{\omega>0} \omega = 5 \text{ rad/s}$$

Άρα

$$x = 0,3 \cdot \eta\mu\left(5t + \frac{11\pi}{6}\right) (S.I.)$$

Δ4. Κατά την κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής (Α.Δ.Ο.) στον άξονα xx' :

$$\vec{p}_{O\Lambda,x}^{APX} = \vec{p}_{O\Lambda,x}^{TE\Lambda} \Rightarrow$$

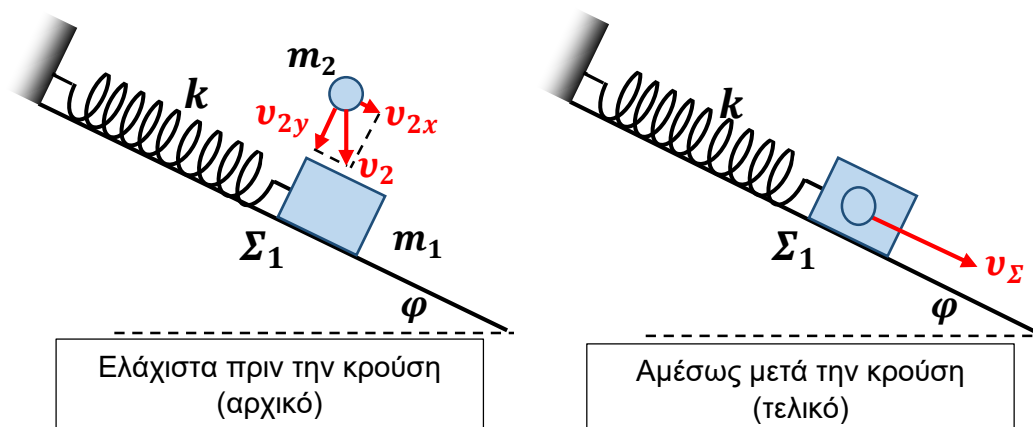
$$\vec{p}_{1,x} + \vec{p}_{2,x} = \vec{p}_{\Sigma,x} \xrightarrow{\vec{p}_{\Sigma,x} = \vec{p}_{\Sigma}} \Rightarrow$$

$$m_2 \cdot v_{2,x} + 0 = (m_1 + m_2) \cdot v_{\Sigma}(3)$$

Όμως $v_{2,x} = v_2 \cdot \eta\mu(30^\circ)$

Άρα από την (3) προκύπτει:

$$2 \cdot v_2 \cdot \frac{1}{2} = 3 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{4} \Rightarrow v_2 = 2\sqrt{3} \text{ m/s}$$



Για το σώμα Σ_2 ισχύει το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.)

$$K_{2,TEΛ} - K_{2,ΑΡΧ} = W_{ΟΛ} \xrightarrow{W_{ΟΛ}=W_{W_2}} \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot v_2^2 = m_2 \cdot g \cdot h \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2} \cdot v_2^2 = g \cdot h \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot (2\sqrt{3})^2 = 10 \cdot h \Rightarrow h = 0,6 \text{ m}$$

Δ5. Η μέγιστη επιμήκυνση του ελατηρίου είναι:

$$\Delta \ell_{max} = \Delta \ell_2 + A = 0,2 + 0,3 = 0,5 \text{ m}$$

άρα ο ζητούμενος λόγος είναι:

$$\frac{|F_{Ελ}^{max}|}{|F_{Επ.}^{max}|} = \frac{k \cdot \Delta \ell_{max}}{D \cdot A} \xrightarrow{k=D} \frac{|F_{Ελ}^{max}|}{|F_{Επ.}^{max}|} = \frac{0,5}{0,3}$$

$$\Rightarrow \frac{|F_{Ελ}^{max}|}{|F_{Επ.}^{max}|} = \frac{5}{3}$$

Επιμέλεια: Ομάδα Φυσικών Φροντιστηρίου ΟιδαΝικώ