ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ

Γ΄ ΤΑΞΗΣ ΗΜΕΡΗΣΙΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ (ΠΑΛΑΙΟ)

ΔΕΥΤΕΡΑ 22 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020

ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ: ΦΥΣΙΚΗ ΠΡΟΣΑΝΑΤΟΛΙΣΜΟΥ

ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΕΝΝΕΑ (9)

ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΕΣ ΠΛΗΡΕΙΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

Α1. β

Α2. γ

Α3. α

Α4. α

Α5. **α)** Σωστό, **β)** Λάθος, **γ)** Λάθος, **δ)** Λάθος, **ε)** Σωστό

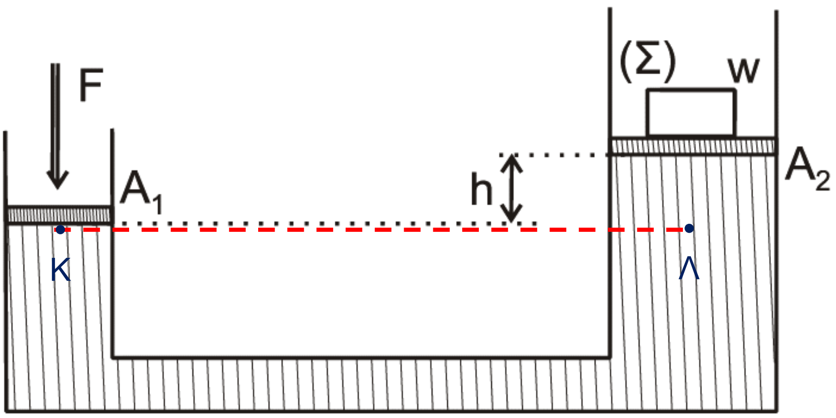
ΘΕΜΑ Β

Β1.

α) Σωστή απάντηση η **ii.** $\frac{F}{A_1} = \frac{W+\rho g h A_2}{A_2}$

β) Εφόσον το υγρό ισορροπεί, η πίεση σε ένα σημείο Κ ακριβώς κάτω από το έμβολο A_1 είναι ίση με την πίεση σε ένα σημείο Λ της δεξιάς στήλης που βρίσκεται στην ίδια οριζόντια γραμμή με το Κ, δηλαδή

$$P_K = P_\Lambda \Rightarrow P_{atm} + \frac{F}{A_1} = P_{atm} + \frac{W}{A_2} + \rho g h \Rightarrow \frac{F}{A_1} = \frac{W + \rho g h A_2}{A_2}.$$



B2.

α) Σωστή απάντηση η **i**. $\lambda = 16\ cm$

β) Όταν τα κύματα συμβάλλουν ενισχυτικά στο Σ ισχύει

$$r_2 - r_1 = N\lambda \quad (1)$$

και όταν συμβάλλον ακυρωτικά ισχύει

$$r_2' - r_1 = \frac{(2N+1)\lambda}{2}. \quad (2)$$

Όμως $r_2' = r_2 + 2 \cdot (4 \cdot 10^{-2})$, άρα ο πάνω τύπος γράφεται ως

$$r_2 + 2(4 \cdot 10^{-2}) - r_1 = \frac{(2N+1)\lambda}{2} = N\lambda + \frac{\lambda}{2}. \quad (3)$$

Επειδή πάμε από ενισχυτική σε ακυρωτική, το N παίρνει την ίδια τιμή. Έτσι αφαιρώντας κατά μέλη την (1) από την (3):

$$r_2 + 8 \cdot 10^{-2} - r_1 - r_2 + r_1 = N\lambda + \frac{\lambda}{2} - N\lambda$$

$$2 \cdot 8 \cdot 10^{-2} = \lambda \Rightarrow \lambda = 16 \cdot 10^{-2}\ m$$

B3.

α) Σωστή απάντηση η **iii**. $\Pi_1 = \Pi_2$

β) _Α' τρόπος_:

Η ταχύτητα του δεύτερου σώματος μετά την ελαστική κρούση είναι

$$\upsilon_2' = \frac{2m_1}{m_1 + m_2}\upsilon_1$$

Για το ποσοστό Π_1 έχουμε:

$$\Pi_1 = \frac{K_2' - K_2}{K_1} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi_1 = \frac{m_2}{m_1} \cdot \left(\frac{2m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 \cdot 100\% = \frac{m_2 \cdot 4 \cdot m_1^2}{m_1(m_1 + m_2)^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi_1 = \frac{4m_1m_2}{(m_1 + m_2)^2} \cdot 100\%$$

Με όμοιο τρόπο για το ποσοστό Π_2 λαμβάνουμε:

$$\Pi_2 = \frac{K_1'}{K_2} \cdot 100\% = \frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2}{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi_1 = \frac{m_1}{m_2} \cdot \left(\frac{2m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 \cdot 100\% = \frac{m_1 \cdot 4 \cdot m_2^2}{m_2(m_1 + m_2)^2} \cdot 100\% \Rightarrow$$

$$\Pi_2 = \frac{4m_1 m_2}{(m_1+m_2)^2}\cdot 100\%,$$

όπου η ταχύτητα του πρώτου σώματος μετά την ελαστική κρούση είναι

$$\upsilon_1' = \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\upsilon_1.$$

Από την σύγκριση των δύο ποσοστών λαμβάνουμε ότι $\Pi_1 = \Pi_2$

Β' τρόπος:

Το πρώτο ποσοστό δίνεται ως $\Pi_1 = \frac{-\Delta K_1}{K_1}\cdot 100\% = -\frac{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1'^2 - \frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}{\frac{1}{2}m_1\upsilon_1^2}\cdot 100\%$ (1)

Ενώ το αντίστοιχο ποσοστό $\Pi_2 = \frac{-\Delta K_2}{K_2}\cdot 100\% = -\frac{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2'^2 - \frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2}{\frac{1}{2}m_2\upsilon_2^2}\cdot 100\%$ (2)

Από τη διαίρεση κατά μέλη των εξισώσεων (1) και (2) προκύπτει:

$$\frac{\Pi_1}{\Pi_2} = \frac{\dfrac{\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 \upsilon_1^2 - \upsilon_1^2}{\upsilon_1^2}}{\dfrac{\left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 \upsilon_2^2 - \upsilon_2^2}{\upsilon_2^2}} = \frac{\left(\frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2}\right)^2 - 1}{\left(\frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2}\right)^2 - 1} = 1$$

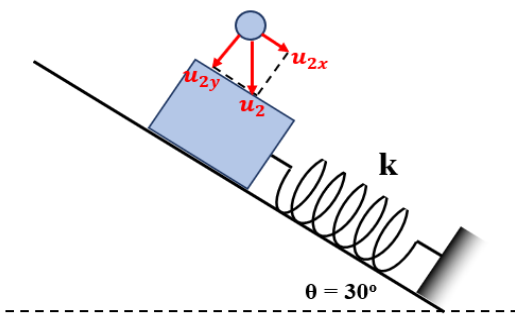
ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Για την πτώση του σώματος Σ2 ισχύει το θεώρημα μεταβολής κινητικής ενέργειας (Θ.Μ.Κ.Ε.):

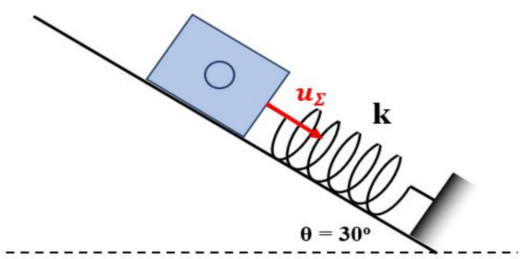
$$K_{2,ΤΕΛ} - K_{2,ΑΡΧ} = W_{ΟΛ} \xRightarrow{W_{ΟΛ}=W_{w_2}} \frac{1}{2}\cdot m_2\cdot \upsilon_2^2 = m_2\cdot g\cdot h \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\cdot \upsilon_2^2 = g\cdot h \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot \upsilon_2^2 = 10\cdot 0{,}6 \Rightarrow \boxed{\upsilon_2 = 2\sqrt{3}\, m/s.}$$

Κατά την κρούση ισχύει η αρχή διατήρησης της ορμής (Α.Δ.Ο.) στον άξονα xx΄:



Ελάχιστα πριν την κρούση (αρχικό)



Αμέσως μετά την κρούση (τελικό)

$$\vec{p}_{ΟΛ,x}^{\,ΑΡΧ} = \vec{p}_{ΟΛ,x}^{\,ΤΕΛ} \Rightarrow$$

$$\vec{p}_{1,x} + \vec{p}_{2,x} = \vec{p}_{Σ,x} \xRightarrow{\vec{p}_{Σ,x}=\vec{p}_Σ}$$

$$m_2 \cdot υ_{2,x} + 0 = (m_1 + m_2) \cdot υ_Σ. \quad (1)$$

Όμως $υ_{2,x} = υ_2 \cdot ημ(30^o)$.

Άρα από την (1) προκύπτει:

$$3 \cdot υ_2 \cdot \frac{1}{2} = 4 \cdot υ_Σ \Rightarrow \boxed{υ_Σ = \frac{3\sqrt{3}}{4}\ m/s.}$$

Γ2. Για το σώμα Σ1 στην αρχική θέση ισορροπίας (Θ.Ι.Τ.):

$$ΣF = 0 \Rightarrow W_{1x} - F_{ελ} = 0 \Rightarrow m_1 \cdot g \cdot ημ(30^o) = k \cdot Δ\ell_1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 1 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 100 \cdot Δ\ell_1 \Rightarrow Δ\ell_1 = 5\ cm.$$

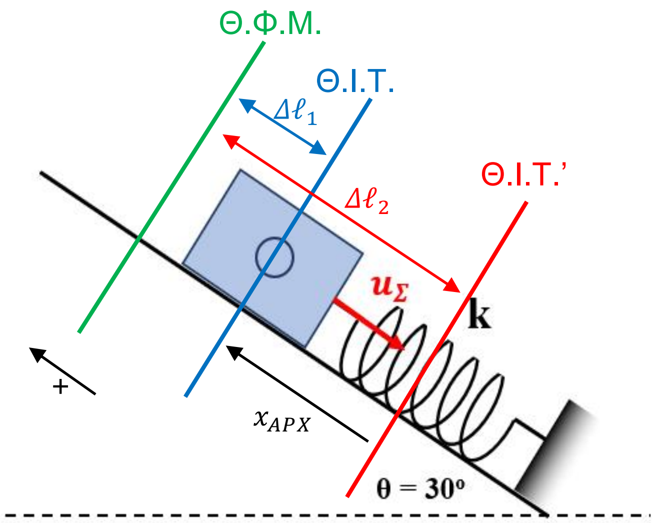
Στη νέα θέση ισορροπίας (Θ.Ι.Τ.')

$$ΣF = 0 \Rightarrow W_{Σx} - F'_{ελ} = 0 \Rightarrow (m_1 + m_2) \cdot g \cdot ημ(30^o) = k \cdot Δ\ell_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow (1+3) \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 100 \cdot Δ\ell_2 \Rightarrow Δ\ell_2 = 20\ cm.$$

Αμέσως μετά την κρούση το συσσωμάτωμα απέχει απόσταση $x_{ΑΡΧ}$ από τη θέση ισορροπίας (Θ.Ι.Τ.'), ώστε:

$$x_{ΑΡΧ} = Δ\ell_2 - Δ\ell_1 = 20 - 5 \Rightarrow x_{ΑΡΧ} = 15\ cm.$$



Αμέσως μετά την κρούση για το σύστημα που ταλαντώνεται ισχύει η αρχή διατήρησης ενέργειας της ταλάντωσης:

$$\frac{1}{2}\cdot D\cdot A^2=\frac{1}{2}\cdot m_\Sigma\cdot \upsilon_K^2+\frac{1}{2}\cdot D\cdot x_{APX}^2 \xrightarrow{D=k} k\cdot A^2=(m_1+m_2)\cdot \upsilon_K^2+k\cdot x_{APX}^2 \Rightarrow$$

$$100\cdot A^2=4\cdot\left(\frac{3\sqrt{3}}{4}\right)^2+100\cdot(15\cdot 10^{-2})^2 \xrightarrow{A>0} A=0{,}3\,m.$$

Γ3. Η χρονική εξίσωση της απομάκρυνσης είναι της μορφής

$$x=A\cdot\eta\mu(\omega t+\varphi_o)$$

- Εύρεση αρχικής φάσης

Την t = 0 $x_{αρχ.}$ = 0,15m και υ < 0 (A = 0,3 m), άρα:

$$x_{APX}=A\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow 0{,}15=0{,}3\eta\mu\varphi_0 \Rightarrow \eta\mu\varphi_0=\eta\mu\left(\frac{\pi}{6}\right) \Rightarrow \begin{cases}\varphi_o=2\kappa\pi+\dfrac{\pi}{6}\\ \varphi_o=2\kappa\pi+\dfrac{5\pi}{6}\end{cases} \kappa\varepsilon\mathbb{Z}$$

Επομένως οι λύσεις είναι

$\varphi_o=2\kappa\pi+\frac{\pi}{6}$ και για κ = 0 δίνει $\varphi_o=\frac{\pi}{6}\,rad$ [υ = υ_{max}συν$\frac{\pi}{6}$ > 0]

ή $\varphi_o=2\kappa\pi+\frac{5\pi}{6}$ και για κ = 0 δίνει $\varphi_o=\frac{5\pi}{6}rad$ [υ = υ_{max}συν$\frac{5\pi}{6}$ < 0]

Άρα η σωστή λύση είναι $\varphi_o=\frac{5\pi}{6}rad$

- Εύρεση γωνιακής συχνότητας

$$D=k=m_\Sigma\cdot\omega^2 \Rightarrow 100=4\cdot\omega^2 \xrightarrow{\omega>0} \omega=5rad/s$$

Άρα

$$\boxed{x=0{,}3\cdot\eta\mu\left(5t+\frac{5\pi}{6}\right)(S.I.)}$$

Γ4. Όταν K=8U σώμα βρίσκεται στις θέσεις:

$$K=8U \Rightarrow E_T-U=8U \Rightarrow E_T=9U \Rightarrow \frac{1}{2}\cdot D\cdot A^2=9\frac{1}{2}\cdot D\cdot x^2 \Rightarrow x=\pm\frac{A}{3},$$

όπου για 2η φορά βρίσκεται στη θέση $x=-\frac{A}{3}=-0{,}1\,m$, δηλαδή κάτω από τη Θ.Ι.Τ.’ .

Σε εκείνη τη θέση η παραμόρφωση του ελατηρίου είναι:

$$\Delta l = \Delta l_2 + x = 0{,}2 + 0{,}1 = 0{,}3\ m,$$

και ο ζητούμενος λόγος:

$$\frac{|F_{E\lambda}|}{|F_{E\pi}|} = \frac{k \cdot \Delta l}{D \cdot |x|} \xRightarrow{k=D} \frac{|F_{E\lambda}|}{|F_{E\pi}|} = \frac{0{,}3}{0{,}1}$$

$$\Rightarrow \boxed{\frac{|F_{E\lambda}|}{|F_{E\pi}|} = 3}$$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. i) Αφού το σύστημα ράβδος - Σ ισορροπεί:

$$\Sigma\tau_{(A)} = 0 \Rightarrow$$

$$\tau_{w_1} + \tau_w + \tau_T + \tau_{F_A} = 0 \Rightarrow$$

$$\mathrm{mg}L\eta\mu\varphi + \mathrm{M_1 g}\frac{\mathrm{L}}{2}\eta\mu\varphi - \mathrm{T}\frac{\mathrm{L}}{2}\,\sigma\upsilon\nu\varphi = 0 \Rightarrow$$

$$\mathrm{T} = \frac{48}{0{,}8} = 60\mathrm{N}$$

ii) Αφού ο δίσκος ισορροπεί:

$$\Sigma\tau_{(O)} = 0 \Rightarrow$$

$$\tau_{w_2} + \tau_N + \tau_{T'} + \tau_{T_{\sigma\tau}} = 0 \Rightarrow$$

$$T' \cdot r - T_{\sigma\tau} \cdot r = 0 \Rightarrow \qquad (\mathrm{T}' = \mathrm{T}\ \text{αφού το νήμα είναι αβαρές})$$

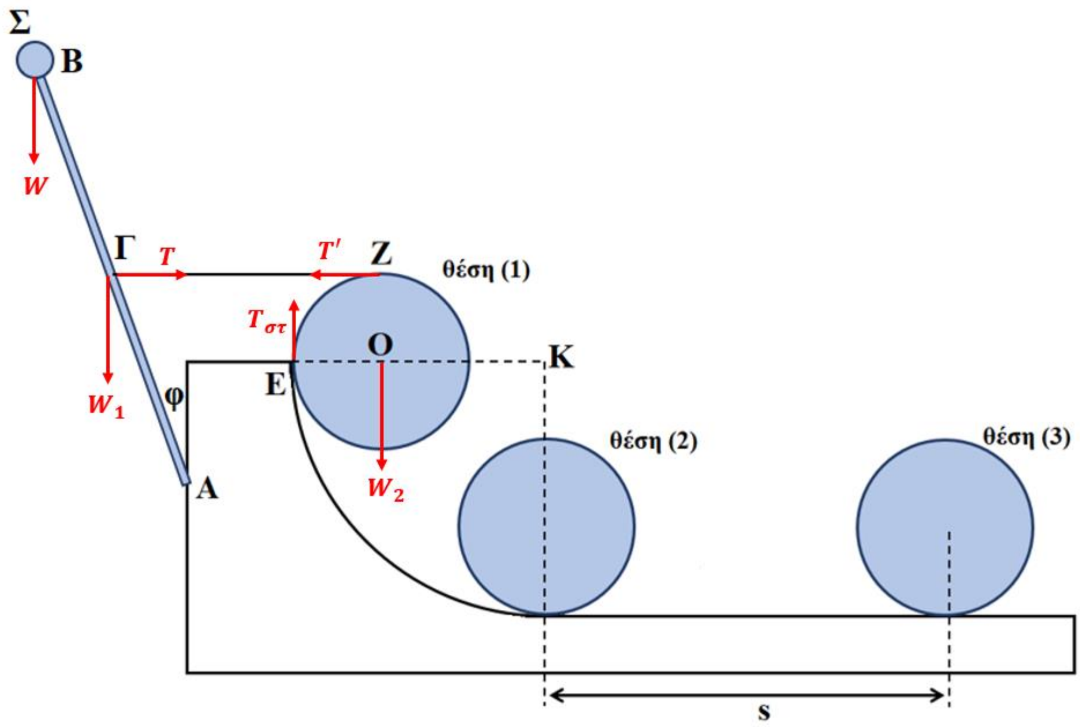
$$T_{\sigma\tau} = 60N$$

και

$$\Sigma F_y = 0 \Rightarrow$$

$$T_{\sigma\tau} - w_2 = 0 \Rightarrow$$

$$\mathrm{M_2} = 6\mathrm{kg}$$



Δ2. Η ροπή αδράνειας του συστήματος ράβδος - Σ ως προς τον άξονα περιστροφής είναι:

$$\mathrm{I} = I_{\rho} + I_{\Sigma} = \frac{\mathrm{M}_1 L^2}{3} + \mathrm{mL}^2 = 3\mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^2$$

Την στιγμή που κόβεται το νήμα, για το σύστημα ράβδος - Σ ισχύει:

$$\Sigma\tau = \mathrm{I}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\mathrm{mgL}\eta\mu\varphi + \mathrm{M}_1\mathrm{g}\frac{\mathrm{L}}{2}\eta\mu\varphi = \mathrm{I}\cdot\alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow$$

$$\alpha_{\gamma\omega\nu} = 8\mathrm{rad/s}^2$$

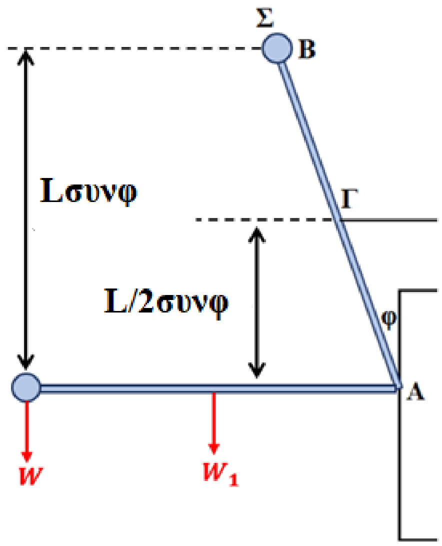
Δ3. i) Για την κίνηση του συστήματος ράβδος - Σ από την στιγμή που κόβεται το νήμα έως την στιγμή όπου η ράβδος γίνεται οριζόντια, εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε.:

$$K_T - K_A = W_{w_1} + W_W \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\mathrm{I}\omega^2 = mgL\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi + \mathrm{M}_1 g\frac{L}{2}\cdot\sigma\upsilon\nu\varphi \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}3\omega^2 = 10\cdot 0{,}8 + 6\cdot 10\frac{1}{2}\cdot 0{,}8 \Rightarrow$$

$$\omega = \frac{8\sqrt{3}}{3}rad/s$$



Άρα η στροφορμή του συστήματος την στιγμή όπου η ράβδος γίνεται οριζόντια είναι

$$\mathrm{L} = \mathrm{I} \cdot \omega = 8\sqrt{3}\, kg \cdot \mathrm{m}^2/s$$

Ενώ η αρχική στροφορμή είναι μηδενική.

Για την μεταβολή της στροφορμής ισχύει

$$\overrightarrow{\Delta L} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda} - \vec{L}_{\alpha\rho\chi} = \vec{L}_{\tau\varepsilon\lambda}$$

Άρα το μέτρο της μεταβολής της στροφορμής είναι

$$\left|\overrightarrow{\Delta L}\right| = 8\sqrt{3}\, kg \cdot \mathrm{m}^2/s.$$

ii) Η κατεύθυνση της μεταβολής της στροφορμής θα είναι ίδια με αυτή της τελικής στροφορμής. Συνεπώς με βάση τον κανόνα του δεξιού χεριού θα έχει φορά από την σελίδα προς τον αναγνώστη.

Δ4. Για την κίνηση του δίσκου από την στιγμή που κόβεται το νήμα έως την στιγμή που φτάνει στη βάση του τεταρτοκυκλίου, εφαρμόζουμε Θ.Μ.Κ.Ε.:

$$K_T - K_A = W_{w_2} + W_N + W_{T_{\sigma\tau}}$$

Η δύναμη Ν δεν παράγει έργο γιατί είναι συνεχώς κάθετη στην μετατόπιση, ενώ έργο δεν παράγει ούτε η $T_{\sigma\tau}$ γιατί δεν μετατοπίζει το σημείο εφαρμογής της.

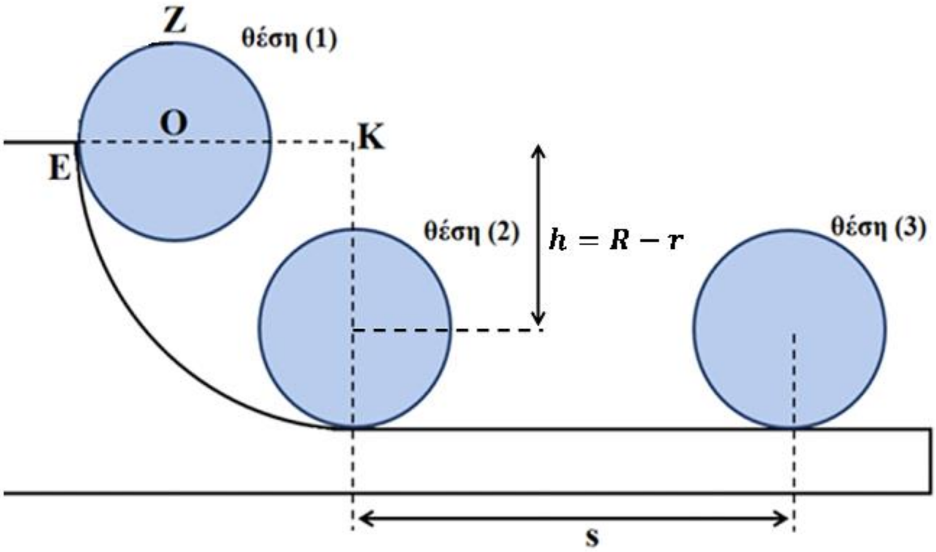
$$\frac{1}{2}\mathrm{I}\omega^2 + \frac{1}{2}\mathrm{M}_2 {\upsilon_{cm}}^2 = \mathrm{M}_2 g h \;\; (\text{όπου } \mathrm{h} = \mathrm{R} - \mathrm{r}) \Rightarrow$$

$$\frac{1}{2}\frac{1}{2}\mathrm{M}_2 \mathrm{r}^2 \omega^2 + \frac{1}{2}\mathrm{M}_2 {\upsilon_{\mathrm{cm}}}^2 = \mathrm{M}_2 \mathrm{g}(\mathrm{R} - \mathrm{r}) \;\Rightarrow$$

(όπου $\upsilon_{cm} = \omega \cdot r$ αφού κυλίεται χωρίς ολίσθηση)

$$\frac{3}{4}\upsilon_{cm}{}^2 = g(R - r) \Rightarrow$$

$$\upsilon_{cm} = 6\ m/s$$



Δ5. i) Ο αριθμός των περιστροφών κατά την κίνηση στο τεταρτοκύκλιο υπολογίζεται εάν διαιρέσουμε το μήκος του τόξου της τροχιάς που διανύει το κέντρο μάζας του δίσκου προς την περίμετρό του

$$N = \frac{\frac{2\pi(R-r)}{4}}{2\pi r} = \frac{2{,}7}{4 \cdot 0{,}1} = \frac{27}{4}\ \pi\epsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\acute{\epsilon}\varsigma.$$

ii) Όταν το κέντρο μάζας θα έχει διανύσει s = π m.

$$s = \Delta\theta' \cdot r \Rightarrow \Delta\theta' = 10\pi\ \mathrm{m}$$

Άρα ο αντίστοιχος αριθμός περιστροφών

$$N' = \frac{\Delta\theta'}{2\pi} = 5\ \pi\epsilon\rho\iota\sigma\tau\rho o\varphi\acute{\epsilon}\varsigma$$

Επιμέλεια: Ομάδα Φυσικών Φροντιστηρίου ΟιδαΝικώ